

Grzegorz Bosak¹, Andrzej Flaga², Tomasz Michałowski³

MODELOWANIE WZBUDZENIA WIROWEGO PRZESEŁ MOSTÓW PODWIESZONYCH I WISZĄCYCH

Streszczenie: Referat przedstawia propozycję ujęcia obliczeniowego wzbudzenia wirowego przeseł mostów podwieszonych lub wiszących, oraz kabli podwieszających. Modelowanie wzbudzenia wirowego, przykład obliczeniowy oraz weryfikacja tego modelu zostały dokonane na przykładzie mostu podwieszanego im. Henryka Sucharskiego w Gdańsku.

1. Wzbudzenie wirów przeseł

Obciążenie przeseł mostów podwieszonych i wiszących wirami jest zagadnieniem wciąż nie do końca rozwiązany, choć wielokrotnie rozważany w różnych publikacjach [1], [2]. Poniżej przedstawiono propozycję rozwiązania ogólnego tego problemu, oraz analizę rezultatów obliczeń w oparciu o wyniki badań aerodynamicznych modelu mostu im. Henryka Sucharskiego w Gdańsku.

Prześło jako element wydłużony w kierunku wiatru podlegać może naraz wpływowi większej liczby wirów (por. rys 1, 2). Ogólnie rzecz biorąc, im większa prędkość wiatru, tym mniejsza ilość wirów oddziałuje na prześło. Ilości wirów na górze i na dole przeseł może być identyczna – wzbudzenie drgań głównie skrętnych; lub może się różnić o 1 – wzbudzenie drgań głównie giętnych

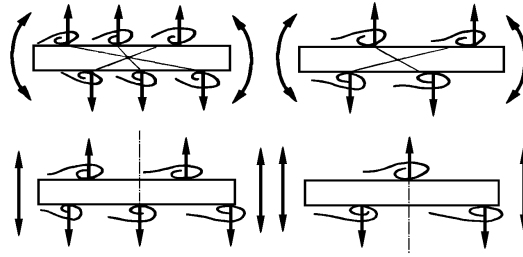
Propozycję modelu obliczeniowego przedstawiono na rys. 3. Wir na górnej powierzchni tworzy się w chwili $t=0$ i w pełni ukształtowany jest w chwili $t=T$. Następnie przesuwa się na odległość równą swemu wymiarowi s i w chwili $t=2T$ zaczyna się tworzyć wir na dolnej powierzchni. W chwili $t=3T$ jest już ukształtowany i zaczyna się przesuwać. W chwili $t=4T$ tworzy się drugi wir na górnej powierzchni. Obliczenia prowadzone są przy

¹ Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii lądowej, Politechnika Krakowska, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków

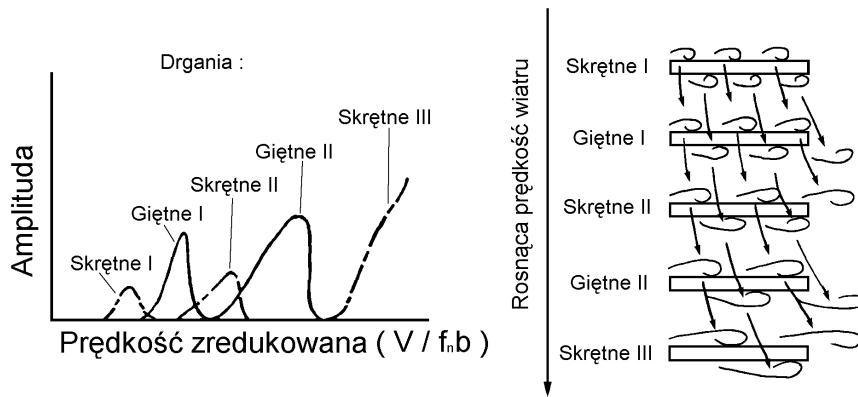
² Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii lądowej, Politechnika Krakowska, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków i Katedra Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Budowlanej i Sanitarnej, Politechnika Lubelska, ul. Nndbystrzycka 40, 20-618 Lublin

³ Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii lądowej, Politechnika Krakowska, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków

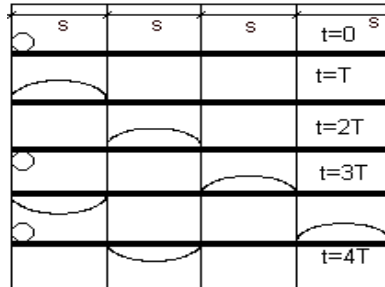
założeniu, że czas tworzenia się wiru jest równy czasowi przesunięcia wiru na odległość równą swojej długości s . Rozmiar wiru jest równy $\frac{1}{4}$ odległości między wirami na jednej powierzchni, czyli $\frac{1}{2}$ odległości między wirami na powierzchni górnej i dolnej. Zgodnie z wynikami doświadczeń, na szerokości przęsła mieści się całkowita liczba wirów, zatem



Rys 1. Rozłożenie wirów na przęsle



Rys. 2. Zależność ilości wirów od prędkości wiatru [3]



Rys. 3. Historia ruchu wiru na przęsle

$$s = d / 2N \quad (1)$$

gdzie: d – szerokość przęsła, N – sumaryczna ilość wirów z góry i z dołu (por. rys. 4).

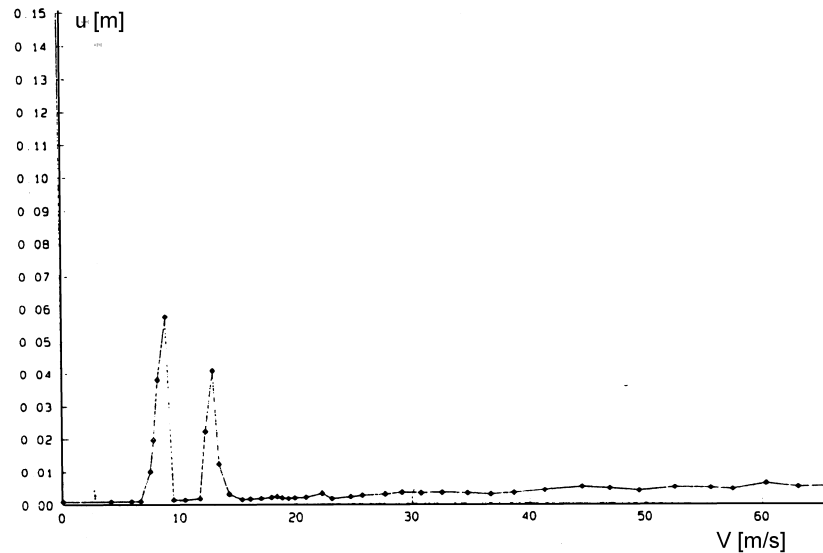
Zakłada się, że wiry odrywają się przy prędkości krytycznej, w rytm drgań własnych giętno-skrętnych z dominującą składową pionową i skrętną przęsła mostu. Oznaczając prędkość wiru przez V_l , otrzymujemy :

$$V_l = 4 s f = 2 d f / N \quad (2)$$

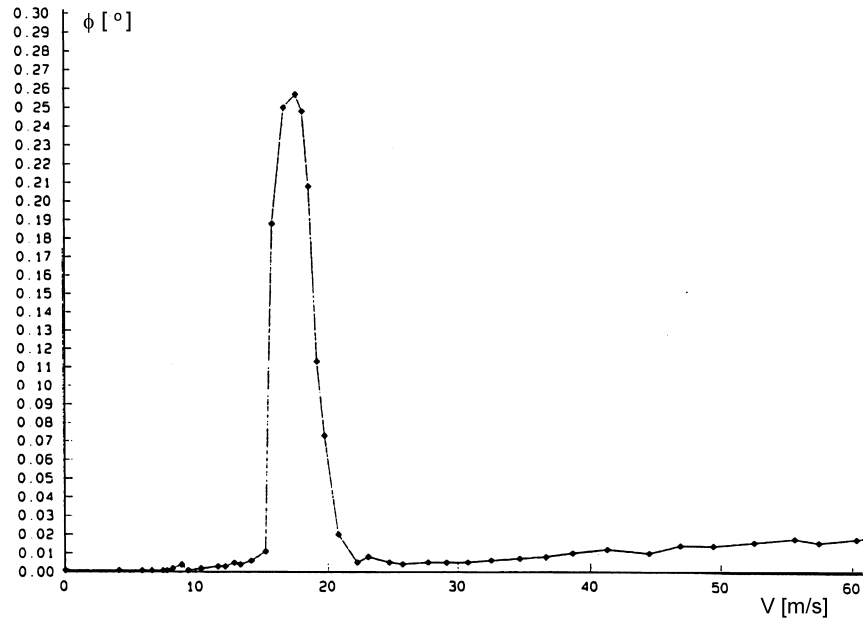


Rys. 4. Dopuszczone w modelu obliczeniowym przypadki rozłożenia wirów na przęsła

W celu obliczenia wpływu wirów na przęsło należy wyznaczyć liczbę wirów, oddziałujących na przęsło przy danej prędkości wiatru i wywołujących drgania ze znaną częstotliwością drgań własnych; oraz przyjąć współczynnik aerodynamiczny dla przęsła obciążonego wirami. W tym celu należy odnieść się do wyników badań aerodynamicznych.



Rys. 5. Drgania pionowe mostu, wzbudzone przez wiry



Rys. 8.6. Drgania skrętne mostu, wzbudzone przez wiry

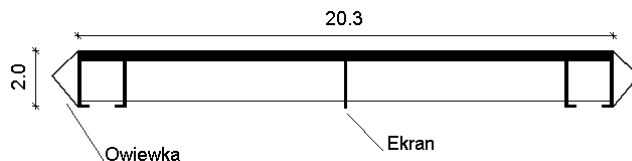
Wyniki badań pokazane zostały na rys. 5 i 6 [4]. Rys. 5 pokazuje wyniki wzbudzenia drgań pionowych, a rys. 6 – skrętnych mostu w zależności od prędkości wiatru. Wyniki dotyczą przekroju przęsła w fazie użytkowej – po wyposażeniu mostu w ekran i owiewki. Zastosowanie owiewek miało na celu wyeliminowanie pewnych zakresów wzbudzenia wirowego oraz ich znaczną redukcję.

Analiza wykresów pokazuje, że przęsło wzbudzone jest przy prędkościach krytycznych, zestawionych w tab. 1.

Tab. 1 Wzbudzenie wirowe przęsła		
Prędkość krytyczna wzbudzenia wirowego [m/s]	Stan eksploatacji z ekranami i owiewkami	Założony rozkład wirów na przęsle
18	S	1+1
13	G	1+2
8	G	2+3
Przez G oznaczono wzbudzone drgania giętne, przez S – skrętne.		

Założony rozkład wirów na przęśle wynika z analizy rysunków 1, 2, 5 i 6. Wraz ze zmniejszającą się prędkością wiatru rośnie liczba wirów, wzbudzających już to giętną, już to skrętną postać drgań.

Przekrój poprzeczny przęsła z zastosowanymi owiewkami i ekranem przedstawiono na rys. 7.



Rys. 7. Schemat przekroju poprzecznego przęsła mostu

Dalszą analizę prowadzono przy użyciu systemu obliczeniowego ALGOR i autorskiego programu do analizy odpowiedzi aerodynamicznej konstrukcji. Przy pomocy ALGORA zamodelowano most przy użyciu elementów cięgowych, prętowych, bryłowych i powłokowych. Po zamodelowaniu obliczono kilkadziesiąt częstości i odpowiadających im postaci drgań własnych mostu. Wyniki te, wraz z podanymi w [4] współczynnikami oporu aerodynamicznego były danymi wejściowymi do autorskiego programu analizy odpowiedzi aerodynamicznej mostu. Program dokonuje analizy w oparciu o teorię quasi-ustaloną [5]. W programie uwzględniono fakt narastania wiru, jego przemieszczania się po przęśle mostu i schodzenia z przęsła.

Kryterium porównawczym były wyniki, uzyskane w tunelu aerodynamicznym. Wyniki obliczeń zestawiono w tab. 2. Współczynnik aerodynamiczny przyjęto równy 0,6, według [2].

Tab. 2 Wzbudzenie wirowe przęsła– wyniki obliczeń						
V_{kr} [m/s]	f [Hz]	V_1 [m/s]	V_1/V_{cr}	Rozkład wirów, wzbudzenie	Wyniki doświadczalne	Wyniki obliczeniowe
18	0.79	15.8	0.88	1+1 S	0.0044 rad	0.0026 rad
13	0.66	8.8	0.68	1+2 G	0.04 m	0.01 m
8	0.41	5.5	0.68	1+2 G	0.06 m	0.03 m

Wyniki obliczeń pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

- Przyjęty model pozwala na dość dokładne oszacowanie wartości przemieszczeń przęsła mostu;
- Obliczenia wykazały, że założenie, iż dla dwu zaobserwowanych wzbudzeń giętnych pojawi się różna ilość wirów, nie jest słuszne;
- Bardziej zgodne z rzeczywistością wyniki daje założenie, że dwie postaci wzbudzenia giętnego związane są z tą samą liczbą wirów, wzbudzanych z różnymi częstościami drgań własnych mostu;
- Wzbudzenie drgań skrętnych następuje w rezonansie z I częstością drgań skrętnych (0.79 Hz), przy układzie wirów 1+1;

- Wzbudzenie drgań giętych następuje w rezonansie z I i II częstotliwością drgań giętych (0.41 Hz i 0.66 Hz), przy identycznym w obu przypadkach układzie wirów 1+2
- Obecny model wymaga, w przypadku innych przekrojów poprzecznych mostu, uściślenia przyjętego współczynnika aerodynamicznego.

2. Wzbudzenie wirowe kabli podwieszających

Obliczenia wzbudzenia wirami kabli nośnych prowadzono w oparciu o dane konstrukcyjne mostu, wyniki, uzyskane z programu ALGOR.

Wzór (3) podaje n -tą częstotliwość drgań własnych struny o długości L , naciągniętej z siłą N , o gęstości na jednostkę długości ρ :

$$f = n \cdot (N/\rho)^{1/2} / 2L \quad (3)$$

W tabeli 3 zestawiono wyniki obliczenia I częstotliwości drgań własnych wybranych kabli, uzyskanych z programu ALGOR i ze wzoru (3):

nr. kabla	L [m]	ϕ [m]	N [kN]	f struny [Hz]	f Algor [Hz]
2	149.436	0.14	2151.366	0.884	0.691
30	57.119	0.14	1269.425	1.777	1.382
46	140.671	0.11	1748.657	1.078	0.707
60	213.872	0.14	2209.607	0.626	0.495

W tab. 4 dokonano analizy 5 pierwszych częstotliwości drgań własnych kabli, na podstawie wyników z programu ALGOR:

Nr. kabla	f_1 [Hz]	f_1/f_1	f_2 [Hz]	f_2/f_1	f_3 [Hz]	f_3/f_1	f_4 [Hz]	f_4/f_1	f_5 [Hz]	f_5/f_1
2	0.691	1	1.374	1.989	2.039	2.951	2.679	3.876	3.285	4.754
30	1.382	1	2.721	1.970	3.978	2.878	5.114	3.700	6.094	4.410
46	0.707	1	1.405	1.987	2.085	2.949	2.739	3.874	3.359	4.751
60	0.495	1	0.986	1.992	1.472	2.974	1.948	3.935	2.412	4.873

Analiza częstości drgań własnych kabli pokazuje, że wartości wyliczone jak dla struny są zawyżone w stosunku do wartości z ALGORA o około 30%. Z drugiej strony w modelu struny n -ta częstość drgań własnych jest n razy większa od pierwszej, co, jak widać z tab. 4, jest zgodne z wynikami z ALGORA.

Modyfikując wzór w normie [6], statyczne obciążenie zastępcze wirami, równoważne obciążeniu dynamicznemu, wyrazić można wzorem (4):

$$P = f(h) \cdot q_{kr} \cdot c \cdot \phi \cdot \pi / \Delta \quad (4)$$

W normie [6] brak jest wytycznych w kwestii przyjęcia $f(h)$ dla kabli. Na podstawie [7] funkcja $f(h)$ przyjęta zostanie jako funkcja zbliżona kształtem do spodziewanej postaci drgań własnych – fali sinusoidalnej o n strzałkach, gdzie n – numer częstotliwości drgań własnych, q_{kr} – ciśnienie wiatru, wiejącego z prędkością krytyczną, c – współczynnik aerodynamiczny dla wirów, ϕ – średnica kabla, Δ – logarytmiczny dekrement tłumienia drgań kabla, przyjęty na podstawie literatury jako równy 0.003.

W tab. 5 zestawiono 5 pierwszych prędkości krytycznych dla kabli nr 2, 30, 46 i 60.

Nr kabla	V_{kr}^1 [m/s]	V_{kr}^2 [m/s]	V_{kr}^3 [m/s]	V_{kr}^4 [m/s]	V_{kr}^5 [m/s]
2	0.484	0.962	1.427	2.066	2.713
30	0.967	1.905	2.785	3.580	4.265
46	0.495	0.984	1.460	1.917	2.351
60	0.347	0.690	1.030	1.364	1.688

W tab. 6 zestawiono maksymalne wartości obciążenia kabla przez wiry, statyczne obciążenie wiatrem średnim przy $V = 22$ m/s i ciężar własny kabla, oraz wypadkowe tych obciążeń. Przyjęto profil potęgowy wiatru. Obciążenie ciężarem własnym działa pionowo w płaszczyźnie kabla, obciążenie wirami w tej samej płaszczyźnie, prostopadle do kabla, obciążenie wiatrem średnim prostopadle do płaszczyzny kabla. Obciążenie wirami wyliczono dla $V = V_{kr}^5$ w połowie długości kabla, gdyż przy tej prędkości i położeniu otrzymano największą wartość obciążenia zastępczego.

Nr kabli	wiry (V_{kr}^5)		wiatr (22 m/s)		ciężar własny	
	max [kN/m.]	Wyp. [kN]	max [kN/m.]	wyp. [kN]	max [kN/m.]	wyp. [kN]
2	0.331	6.28	0.225	24.36	1.208	180.52
30	0.822	5.96	0.190	8.28	1.208	69.00
46	0.196	3.50	0.167	17.25	1.208	104.91
60	0.129	3.50	0.228	35.07	1.208	258.35

Jak widać, obciążenie od wirów jest mniejsze od wypadkowego obciążenia średniego wiatrem i wielokrotnie mniejsze od wypadkowego obciążenia ciężarem własnym.

Przeanalizowano następnie wpływ odciążenia wiatrem statycznym i wzbudzeniem wirowym na zmianę siły naciągu w kablu. W tym celu należało wyznaczyć zmiany siły naciągu kabla pod wpływem wirów. Wykorzystany został wzór przytoczony w [8], opisujący zmianę naciągu cięgna po przyłożeniu obciążenia prostopadłego do płaszczyzny zwisu (parcie wiatru) oraz w płaszczyźnie zwisu (wiry). W tym celu przyjęto obciążenie ciężarem własnym cięgna jako obciążenie o stałej wartości na jednostkę długości cięgna,

obciążenie wirami jako zmienne wzdłuż długości cięgiwy, oraz obciążenie wiatrem o profilu potęgowym o prędkości średniej $V = 22$ m/s na wysokości 10 m. W tab. 7. przedstawiono zmiany sił napinających kable w stosunku do sił wstępnego napięcia kabli.

Tab. 7. Zmiany napięcia w kablach						
Nr kabla	Obciążenie statycznym działaniem wiatru		V_{kr}^1		V_{kr}^5	
	Δ [kN]	Δ [%]	Δ [kN]	Δ [%]	Δ [kN]	Δ [%]
2	53.6	2.5	0.0	0.0	0.0	0.0
30	10.4	0.8	0.0	0.0	0.0	0.0
46	27.0	1.5	0.0	0.0	0.0	0.0
60	73.8	3.3	0.0	0.0	0.0	0.0

Zmiany naciągu kabli, wywołane statycznym działaniem wiatru, wynoszą nie więcej niż 3.5 % siły wstępnego napięcia w kablu. Wartość ta mieści się w granicy tolerancji błędu wartości siły naciągu kabla. Zmiany wywołane obciążeniem wirami mogą być w praktyce pominięte.

Literatura:

1. Flaga A., Flaga K., Michałowski T., Problemy aerodynamiki mostów podwieszonych i wiszących, Inżynieria i Budownictwo 9/96, 508-516
2. Flaga A., Podgórski J., Vortex excitation problems for the flow around elongate cross-section, 1197-1203, vol II proc. of. The 2nd European & African Conference on Wind Engineering, Genova 1997, Servizi Grafici Editoriali, Padova 1997
3. Kubo Y., Hirata K., Mikawa K., Mechanism of aerodynamics vibrations of shallow bridge girder sections, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 1992, 1169-1180
4. Flamand O., Stateczność aerodynamiczna mostu Sucharskiego w Gdańsku, Centre Scientifique et Technique du Batiment-Service Aerodynamique et Environnement Climatique, 2000
5. Flaga A. Quasisteady theory in aerodynamics of slender structures, FSB 151, Sonderforschungsbereich Tragwerksdynamik, Wissenschaftliche Mitteilungen, Ruhr-Universität Bochum, Berichte Nr 25, 1994
6. PN-77/B-02011 Obciążenia w obliczeniach statycznych, obciążenia wiatrem
7. Flaga A., Michałowski T. Zagadnienia aerodynamiki cięgien w mostach podwieszonych, Inżynieria i Budownictwo 6/97, 316-321
8. Pałkowski S. Konstrukcje ciągnowe, WNT Warszawa 1994

Modelling vortex-induced vibrations of spans of suspension cable-stayed and bridges

Abstract: A proposal of a new physical and mathematical model of vortex excitation of cable-stayed or suspension bridges spans as well as cable stays were given in the paper. Example of vortex excitation modelling numerical calculations and experimental verification of the model for H. Sucharski cable-stayed bridge in Gdańsk, were presented.