

III Ogólnopolskie Sympozjum
Wpływy Środowiskowe na Budowle i Ludzi
- obciążenia, oddziaływania, interakcje, dyskomfort
ZWIERZYNIEC, 14 - 16 MAJA
2001

Andrzej Flaga*, Jerzy Podgórski**, Ewa Błazik-Borowa**, Jarosław Bęc**,
Grzegorz Bosak***, Tomasz Michałowski****

AERODYNAMIKA MOSTU
IM. H. SUCHARSKIEGO W GDAŃSKU

Streszczenie: W pracy opisane zostały najistotniejsze części kompleksowych obliczeń aerodynamicznych konstrukcji mostu podwieszonoego im. Henryka Sucharskiego w Gdańsku, którymi były analiza modalna oraz analiza drgań wymuszonych wywołanych turbulencją atmosferyczną. Obliczenia odpowiedzi dynamicznej konstrukcji wykonane zostały metodą quasi-ustaloną, która umożliwiła znaczne zredukowanie numerycznego problemu rozwiązania układu równań różniczkowych przez wybór kilku reprezentatywnych postaci drgań własnych poddawanych analizie.

1. Wstęp

W trakcie realizacji mostu podwieszonoego im. H. Sucharskiego w Gdańsku wykonano, zalecone przez komitet naukowy, obliczenia sprawdzające stateczność aerodynamiczną konstrukcji w fazie realizacji i użytkowania. Obliczenia przeprowadził zespół pracowników Politechniki Lubelskiej i Krakowskiej pod kierownictwem A. Flagi. Opracowanie obejmowało analizę modalną, wyznaczenie aerodynamicznej odpowiedzi konstrukcji pod wpływem turbulencji atmosferycznej i odrywania się wirów oraz ocenę bezpieczeństwa konstrukcji przy wpływach wiatru. Analiza wpływu turbulencji wykonana została przy użyciu metody quasi-ustalonej. Prezentowana praca zawiera opis metody oraz wyników uzyskanych podczas analizy drgań wymuszonych porywami wiatru.

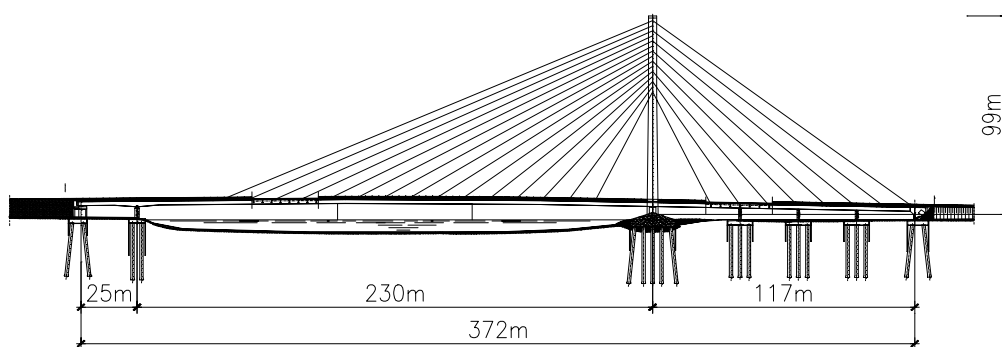
* Katedra Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Budowlanej i Sanitarnej, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 40, 20-618 Lublin; Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Łądowej, Politechnika Krakowska, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków

** Katedra Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Budowlanej i Sanitarnej, Politechnika Lubelska, ul. Nadbystrzycka 40, 20-618 Lublin

*** Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Łądowej, Politechnika Krakowska, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków

2. Charakterystyka mostu podwieszonoego

Most przez Martwą Wisłę w ciągu Trasy Sucharskiego w Gdańsku jest konstrukcją podwieszoną, jednopylonową. Całkowita rozpiętość przeprawy wynosi 372m. Długość przęsła podwieszonoego wynosi 230m. W części zalewowej od strony lewego brzegu Wisły zaprojektowano 3 kotwiące podpory pośrednie oraz stałe zamocowanie pomostu w przyczółku, natomiast od strony brzegu prawego przewidziano jedną podporę pośrednią i podparcie na przyczółku z możliwością ruchu wzdłuż osi mostu. Przęsło podwieszonoego mostu znajduje się na wysokości ok. 8m ponad zwierciadłem wody Wisły.



Rys. 1. Szkic mostu podwieszonoego im. H. Sucharskiego w Gdańsku

Żelbetowy pylon ma kształt odwróconej litery Y, jego całkowita wysokość wynosi 99 m. Kształt przekroju poprzecznego zbliżony jest do prostokąta o wymiarach 3.58×5 m w podstawie do 3.58×3.6 m na wysokości połączenia i od 8.18×3.6 m do 5×3.6 m w części górnej. Długości lin wahają się od ok. 55 do ok. 209m.

3. Model obliczeniowy mostu

Obliczenia zostały przeprowadzone za pomocą systemu **Algor** oraz programów napisanych przez autorów opracowania:

- **WIND** - symulujący losowe pole przepływu wiatru;
- **E21_E10** – program współpracujący z procesorami SSAP i APAK **Algora**, którego zadaniem jest budowa nieliniowych macierzy sztywności elementów linowych, uwzględniających siły wewnętrzne wywołane statyczną deformacją konstrukcji;
- **VEX** - symulujący wzbudzenie wirowe konstrukcji;

- **QS_DYN** - wyznaczający odpowiedzi dynamiczne według teorii quasi-ustalonej.
Model konstrukcji w obliczeniach MES zbudowany został z czterech zasadniczych typów elementów dostępnych w bibliotece systemu **Algor**:
 - bryłowe o trzech stopniach swobody w węźle – 312 elementów;
 - powłokowe o pięciu lub sześciu stopniach swobody w węźle- 1358 (pylon), 1584 (płyta pomostu);
 - prętowe o sześciu stopniach swobody w węźle – 1174 (konstrukcja stalowa pomostu);
 - linowe o trzech stopniach swobody w węźle – 358 (liny).

Model używany w metodzie quasi-ustalonej złożony był z segmentów o wymiarach znacznie większych niż elementy MES. Główne fragmenty konstrukcji mostu zostały podzielone w następujący sposób:

- pylon – dwanaście segmentów o długościach od 3.67 m (w górnej części) do 14.65 m (w części dolnej);
- pomost w fazie montażu – dwadzieścia siedem segmentów o długościach 12 lub 13 m;
- pomost w fazie eksploatacji – trzydzieści trzy segmenty o długościach 12 lub 13 m.

Dokładny opis segmentów znajduje się w opracowaniu [1]. Punkty, w których wyznaczane były uogólnione przemieszczenia konstrukcji, położone były w środkach segmentów.

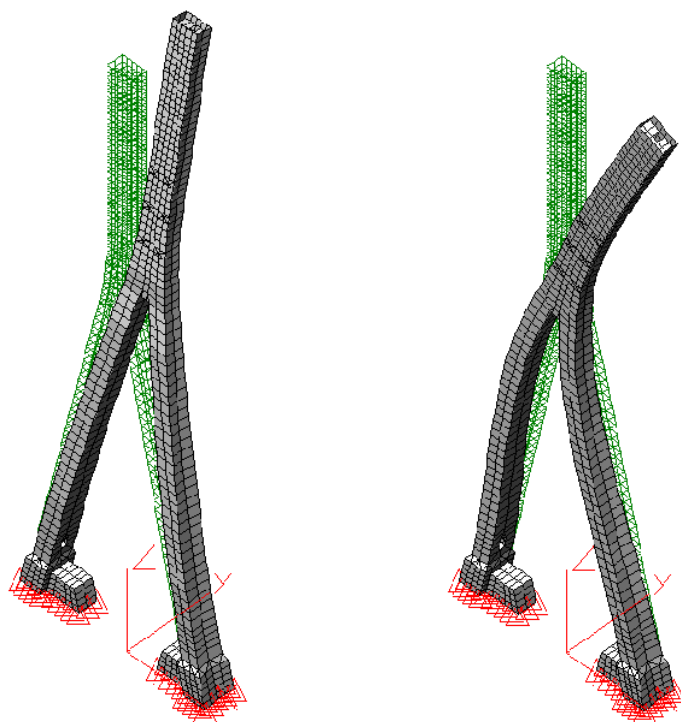
4. Analiza modalna

Częstości i postaci drgań własnych konstrukcji zostały wyznaczone za pomocą liniowego modułu programu **Algor** o nazwie SSAP1, który posługuje się metodą iteracji podprzestrzeni przy wyznaczaniu początkowych postaci i wartości własnych. Kompletność znalezionych wartości własnych sprawdzana jest za pomocą szeregów Sturm.

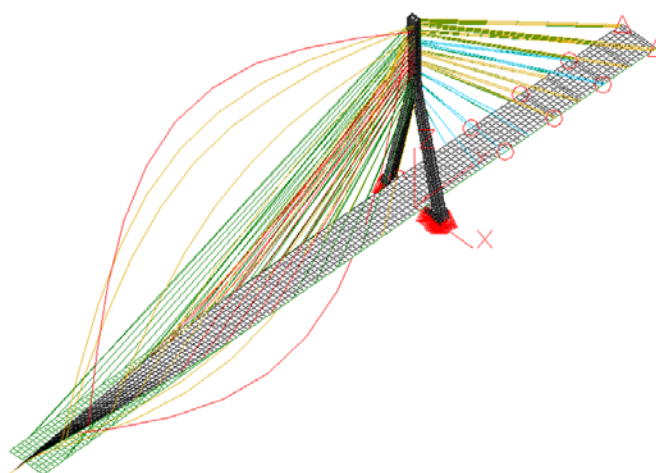
Macierze sztywności elementów prętowych i płytowych odpowiadają liniowym macierzom tych elementów bez naprężeń wstępnych. Dla elementów linowych zastosowano element o definiowanej przez użytkownika macierzy sztywności, która została wyznaczona na podstawie geometrii cięgien oraz sił wewnętrznych.

W wyniku analizy modalnej otrzymano:

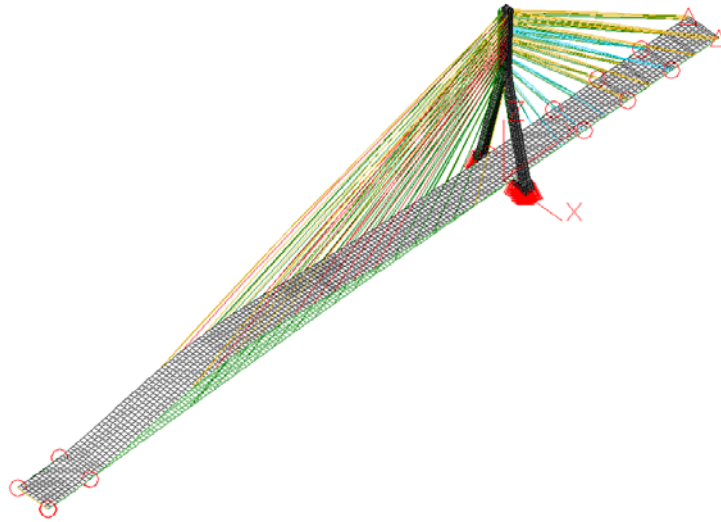
- dziesięć wartości i postaci drgań własnych pylonu;
- czterdzieści wartości i postaci drgań własnych mostu w końcowej fazie montażu;
- czterdzieści wartości i postaci drgań własnych mostu w fazie użytkowania.



Rys. 2. Pierwsza i druga postać drgań pylonu, $f_1=0.4108$ Hz, $f_2=1.5039$ Hz.



Rys. 3. Trzecia postać drgań własnych mostu w fazie montażu, $f_3=0.6504$ Hz.



Rys. 4. Pierwsza postać drgań własnych mostu w fazie użytkowania, $f_1=0.4056$ Hz.

5. Drgania wymuszone mostu wywołane turbulencją atmosferyczną i sprzężeniami aerodynamicznymi

Analiza dynamicznego oddziaływania wiatru na konstrukcję przyjmuje jako stan wyjściowy położenie równowagi obiektu osiąganego pod obciążeniem stałym i długotrwałą częścią zmiennego oddziaływania technologicznego. Pod wpływem wiatru budowla jest wprawiana w ruch oscylacyjny wokół tego położenia równowagi. Jeżeli amplitudy drgań są relatywnie małe, można przyjąć liniowe równanie wymuszonego, tłumionego ruchu drgającego konstrukcji o skończonej liczbie stopni swobody jako model matematyczny opisujący zachowanie obiektu wokół położenia równowagi:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{w}(t), \quad (1)$$

gdzie: \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} - macierze mas, tłumienia i sztywności, $\ddot{\mathbf{q}}(t)$, $\dot{\mathbf{q}}(t)$, $\mathbf{q}(t)$ - wektory przyspieszeń, prędkości i przemieszczeń, $\mathbf{w}(t)$ - wektor uogólnionych sił oddziaływania wiatru.

Wstępną fazą analizy jest określenie podstawowej charakterystyki dynamicznej konstrukcji przez wyznaczenie początkowych częstości drgań własnych i odpowiadającym im poziom tłumienia konstrukcji w postaci logarytmicznego dekrementu tłumienia został przyjęty na podstawie literatury.

Przyjęto założenie (por.[2]) o możliwości wyznaczenia przemieszczeń ustroju z wystarczającą dokładnością jako liniowej kombinacji kilku postaci drgań własnych:

$$\mathbf{q}(t) = \sum_{i=1}^n \delta_i \psi_i(t) \quad (2)$$

gdzie: δ_i - i -ty wektor własny, $\psi_i(t)$ - i -ta funkcja przemieszczeń uogólnionych.

Ponadto, przyjęto następującą zależność:

$$\mathbf{K} \delta_i = \omega_i^2 \mathbf{M} \delta_i \text{ dla } i=1\dots n \quad (3)$$

W celu scharakteryzowania własności tłumiących konstrukcji przyjęto koncepcję tłumienia bezwładnościowo-sztywnościowego, która umożliwia wyznaczenie macierzy tłumienia na podstawie macierzy mas i macierzy sztywności:

$$\mathbf{C} = a \mathbf{M} + b \mathbf{K} \quad (4)$$

Współczynniki a , b są uzależnione od wartości logarytmicznego dekrementu tłumienia Δ oraz częstości drgań, z jaką konstrukcja odpowiada na wymuszenie dynamiczne. Sposób określenia współczynników a i b został przedstawiony w pracy [3].

Po wstawieniu równania (2) do równania (1) i uwzględnieniu warunku ortogonalności postaci drgań, otrzymujemy:

$$m_i \ddot{\psi}_i + c_i \dot{\psi}_i + k_i \psi_i = w_i(t), \quad (5)$$

gdzie: $m_i = \delta_i^T \mathbf{M} \delta_i$, $c_i = (a + b\omega_i^2) m_i$, $k_i = \omega_i^2 m_i$, $w_i(t) = \delta_i^T \mathbf{w}(t)$ - zgeneralizowane masy, tłumienia, sztywności i siły oddziaływania wiatru związane z i -tą postacią drgań.

Wyrażenie (5) jest zbiorem równań różniczkowych pozwalającym na wyznaczenie funkcji czasowych uogólnionych przemieszczeń $\psi_i(t)$, związanych z kolejnymi postaciami drgań. Na mocy zależności (2) znajomość tych funkcji umożliwia określenie rzeczywistych przemieszczeń konstrukcji.

Określenie wartości sił działania wiatru bazuje na założeniach teorii quasi-ustalonej, która przyjmuje, że składowe obciążenia wiatrem w przypadku nieustalonego napływu wiatru na ruchomą konstrukcję można przedstawić wzorem:

$$W_j(t) = \frac{1}{2} \rho [u_j(t)]^2 D_j L_j C_j(t), \quad (6)$$

gdzie: ρ - gęstość powietrza, $u_j(t)$ - względna prędkość wiatru, D_j - charakterystyczny wymiar przekroju poprzecznego segmentu, L_j - długość segmentu, $C_j(t)$ - współczynniki

aerodynamiczne odniesione do wymiaru charakterystycznego. Siły W_j , prędkości wiatru u_j oraz współczynniki aerodynamiczne C_j wyznaczone są dla środka segmentu j . Prędkości względne wyznaczone są w każdym kroku czasowym na podstawie wcześniej wygenerowanych procesów losowych i wyliczonych w poprzednim kroku przemieszczeń i prędkości środka segmentu. Współczynniki aerodynamiczne wyznaczone zostały metodą quasi-ustaloną (por. [4]) oraz na podstawie badań eksperymentalnych (por. [5]).

Ze względu na występowanie sprzężenia aerodynamicznego oraz przestrzenny charakter postaci drgań własnych dla części składowych mostu, zbiór równań różniczkowych (5) przyjmuje formę układu zwyczajnych nieliniowych równań różniczkowych ze zmiennymi współczynnikami. Liczba równań w tym układzie jest równa liczbie postaci drgań, które uwzględniamy w analizie.

Przy ocenie dynamicznego zachowania się mostu uwzględniano trzy postaci drgań własnych. Nie były to jednak obligatoryjnie trzy pierwsze formy własne. Ich wybór był podyktowany doświadczeniem autorów i analizą wielu innych zestawów składających się z trzech postaci drgań własnych.

Proces numerycznych obliczeń składał się z rozwiązania układu trzech równań różniczkowych, których prawe strony, opisujące oddziaływanie wiatru na konstrukcję, były modyfikowane na każdym kroku czasowym ze względu na występującą turbulencję atmosferyczną i sprzężenie aerodynamiczne. Wartość kroku czasowego $\Delta t=0.01$ s. Jako wynik analizy otrzymano trzy czasowe funkcje przemieszczeń uogólnionych $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$, $\psi_3(t)$, które na mocy zależności (2) umożliwiają wyznaczenie przybliżonych przemieszczeń ustroju na każdym kroku czasowym.

Rozważono cztery przypadki drgań wymuszonych konstrukcji:

- pylon jako konstrukcja samodzielna obciążona wiatrem prostopadle do pomostu;
- pylon jako konstrukcja samodzielna obciążona równolegle do pomostu;
- most w fazie montażu obciążony prostopadle do pomostu;
- most w fazie użytkowania obciążony prostopadle do pomostu.

Reprezentacyjne częstości i postaci drgań, przyjęte w analizie, odpowiadały we wszystkich przypadkach dwóm formom giętnym i jednej skrętnej.

W wyniku analizy otrzymano mnożniki: ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 , uogólnionych sił bezwładności, które umożliwiają wyznaczenie przybliżonych wartości maksymalnych przemieszczeń i naprężeń w konstrukcji.

Naprężenia wywołane kombinacją obciążeń: ciężarem własnym, statycznym obciążeniem wiatrem i porywami wiatru, zostały obliczone według następującego równania:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{st} + \Delta\sigma_{wd}, \quad \Delta\sigma_{wd} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (\psi_i \Delta\sigma_i)^2}, \quad (7)$$

gdzie: σ_{st} - naprężenia w konstrukcji wywołane ciężarem własnym i statycznym

działaniem wiatru, $\Delta\sigma_{wd}$ - naprężenia wywołane dynamicznym działaniem wiatru; $\Delta\sigma_i$ - naprężenia od sił bezwładności w wybranej postaci drgań własnych; ψ_i - mnożniki sił bezwładności.

Wartości naprężeń w elementach pomostu obliczone tą metodą podane są w tab.1.

Tablica 1. Ostateczne naprężenia w elementach pomostu.

Rodzaj naprężeń	σ_{st} [kPa]	$\Delta\sigma_1$ [kPa]	$\Delta\sigma_2$ [kPa]	$\Delta\sigma_3$ [kPa]	σ_{max} [kPa]
Naprężenia S_{xx} w p³ywie betonowej	-518.80	± 3.13	± 6.36	± 45.50	-540.16
Naprężenia S_{yy} w p³ywie betonowej	-5428.10	± 34.23	± 67.37	± 482.92	-5658.86
Naprężenia zredukowane Hubera-Misesa w blachach	26963.00	394.66	344.82	2456.90	29123.70

6. Wnioski

Analiza wpływu turbulencji na konstrukcję mostu podwieszonoego wykonana została przy użyciu metody quasi-ustalonej, która okazała się bardzo skuteczna. Pozwoliła na ograniczenie rozmiaru zadania numerycznego przez wybór kilku reprezentatywnych postaci drgań poddawanych analizie. Jednocześnie wyniki otrzymane tą metodą są na tyle dokładne, że mogą być stosowane w praktyce inżynierskiej.

Tak kompleksowa analiza aerodynamiczna mostu podwieszonoego została wykonana po raz pierwszy w Polsce.

Literatura

- [1] Flaga A. i zespół: *Kompleksowe obliczenia aerodynamiczne mostu podwieszonoego im. H. Sucharskiego w Gdańsku*, opracowanie wykonywane w Politechnice Lubelskiej i Krakowskiej, 2000.
- [2] Flaga A.: *Quasi-steady models of wind load on slender structures*. Part III. Applications of quasi-steady theory in aerodynamics of slender structures, Archives of Civil Engineering, XLI, 3, 1995, s. 343-376.
- [3] Flaga A.: *Praktyczne ujęcie tłumienia drgań budowli jako całości*, Prace z sympozjum KILiW PAN, Kraków, 1979, s.233-245.
- [4] Flaga A.: *Quasi-steady models of wind load on slender structures*. Part II. Case of a moving structure, Archives of Civil Engineering, XL, 1, 1994, s. 29-41.
- [5] FLAMAND O.: *Stateczność aerodynamiczna mostu Sucharskiego w Gdańsku*, badania wykonane w CSTB (Nantes, Francja) i ITB, 2000.

AERODYNAMICAL ANALYSIS OF THE H. SUCHARSKI BRIDGE IN GDAŃSK

Abstract: In the presented paper some of the most important parts of the complex aerodynamic analysis performed for the Henryk Sucharski suspension bridge located in Gdańsk are described. These parts covered the modal analysis and determination of the dynamic response of the bridge structure caused by an atmospheric turbulence. The calculation was performed due to the quasi-steady method that allow reducing numeric problem of solving the system of differential equation by the selection of several representative vibration modes in analysis.